Prof. Dr. Alfred Toth

Die Vervollständigung der strukturellen Realitäten

1. In Toth (2009) hatten wir, wir gestützt auf die Einführung des Peirceschen Zeichens als triadisch-inklusive Relation einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation durch Bense (1979, S. 27), die 6 möglichen Permutationen der triadischen Zeichenklasse zusammen mit ihren relationalen Klammerungen wie folgt bestimmt:

ZR1 = ((M), ((M → O), (O → I)))
×ZR1 = ×((M), ((M → O), (O → I))) = (((I → O), (O → M)), (M))

ZR2 = ((M), ((O → I), (M → O)))
×ZR2 = ((M), ((O → I), (M → O))) = (((O → M), (I → O)), (M))

ZR3 = ((O → I), ((M), (M → O)))
×ZR3 = ((O → I), ((M), (M → O))) = (((O → M), (M)), (I → O))

ZR4 = ((O → I), ((M → O), (M)))
× ZR4 = ((O → I), ((M → O), (M)) = (((M), (O → M)), (I → O))

ZR5 = ((M → O), ((M), (O → I)))
× ZR5 = ((M → O), ((M), (O → I))) = (((I → O), (M)), (O → M))

ZR6 = ((M → O), ((O → I), (M)))
× ZR6 = ((M → O), ((O → I), (M))) = (((M), (I → O)), (O → M))

2. Wenn wir nun über den 6 Ordnungsrelationen die entsprechenden Zeichenklassen (und Realitätsthematiken) konstruieren, bekommen wir die folgenden in den Tabellen ganz rechts notierten strukturellen Realitäten:

2.1. OR1 = (((I → O), (O → M)), (M))
Zkl1 = (3.a 2.b 1.c) × (c.1 b.2 a.3) = Rth1

2.1.1.	(3.1 2.1 1.1)	×	(1.1 <u>1.2 1.3</u>)	M-them. M
2.1.2.	(3.1 2.1 1.2)	×	(2.1 <u>1.2 1.3</u>)	M-them. O

2.1.3.	(3.1 2.1 1.3)	×	(3.1 $\underline{1.2\ 1.3}$)	M-them. I
2.1.4.	(3.1 2.2 1.2)	×	($\underline{2.1\ 2.2}$ 1.3)	O-them. M
2.1.5.	(3.1 2.2 1.3)	×	($\underline{3.1}$ $\underline{2.2}$ $\underline{1.3}$)	triad. Real.
2.1.6.	(3.1 2.3 1.3)	×	($\underline{3.1\ 3.2}$ 1.3)	I-them. M
2.1.7.	(3.2 2.2 1.2)	×	(2.1 $\underline{2.2\ 2.3}$)	O-them. O
2.1.8.	(3.2 2.2 1.3)	×	(3.1 $\underline{2.2\ 2.3}$)	O-them. I
2.1.9.	(3.2 2.3 1.3)	×	($\underline{3.1\ 3.2}$ 2.3)	I-them. O
2.1.10.	(3.3 2.3 1.3)	×	(3.1 $\underline{3.2\ 3.3}$)	I-them. I

2.2. OR2 = (((O → M), (I → O)), (M))
Zkl2 = (2.b 3.a 1.c) × (c.1 a.3 b.2) = Rth2

2.2.1.	(2.1 3.1 1.1)	×	(1.1 $\underline{1.3\ 1.2}$)	M-them. M
2.2.2.	(2.1 3.1 1.2)	×	(2.1 $\underline{1.3\ 1.2}$)	M-them O
2.2.3.	(2.1 3.1 1.3)	×	(3.1 $\underline{1.3\ 1.2}$)	M-them. I
2.2.4.	(2.1 3.2 1.2)	×	($\underline{2.1\ 2.3}$ 1.2)	O-them. M
2.2.5.	(2.1 3.2 1.3)	×	($\underline{3.1}$ $\underline{2.3}$ $\underline{1.2}$)	triad. Real.
2.2.6.	(2.1 3.3 1.3)	×	($\underline{3.1\ 3.3}$ 1.2)	I-them. M
2.2.7.	(2.2 3.2 1.2)	×	(2.1 $\underline{2.3\ 2.2}$)	O-them. O
2.2.8.	(2.2 3.2 1.3)	×	(3.1 $\underline{2.3\ 2.2}$)	O-them. I
2.2.9.	(2.2 3.3 1.3)	×	($\underline{3.1\ 3.3}$ 2.2)	I-them. O
2.2.10.	(2.3 2.3 1.3)	×	(3.1 $\underline{3.2\ 3.2}$)	I-them. I

2.3. OR3 = (((O → M), (M)), (I → O))
Zkl3 = (2.b 1.c 3.a) × (a.3 c.1 b.2) = Rth3

2.3.1.	(2.1 1.1 3.1)	×	(1.3 $\underline{1.1\ 1.2}$)	M-them. M
2.3.2.	(2.1 1.1 3.2)	×	(2.3 $\underline{1.1\ 1.2}$)	M-them. O
2.3.3.	(2.1 1.1 3.3)	×	(3.3 $\underline{1.1\ 1.2}$)	M-them. I
2.3.4.	(2.1 1.2 3.2)	×	($\underline{2.3\ 2.1}$ 1.2)	O-them. M
2.3.5.	(2.1 1.2 3.3)	×	($\underline{3.3}$ $\underline{2.1}$ $\underline{1.2}$)	triad. Real.
2.3.6.	(2.1 1.3 3.3)	×	($\underline{3.3\ 3.1}$ 1.2)	I-them. M
2.3.7.	(2.2 1.2 3.2)	×	(2.3 $\underline{2.1\ 2.2}$)	O-them. O
2.3.8.	(2.2 1.2 3.3)	×	(3.3 $\underline{2.1\ 2.2}$)	O-them. I
2.3.9.	(2.2 1.3 3.3)	×	($\underline{3.3\ 3.1}$ 2.2)	I-them. O
2.3.10.	(2.3 1.3 3.3)	×	(3.3 $\underline{3.1\ 3.2}$)	I-them. I

2.4. OR4 = (((M), (O → M)), (I → O))
Zkl4 = (1.c 2.b 3.a) × (a.3 b.2 c.1) = Rth4

2.4.1.	(1.1 2.1 3.1)	×	$(1.3\ \underline{1.2\ 1.1})$	M-them. M
2.4.2.	(1.1 2.1 3.2)	×	$(2.3\ \underline{1.2\ 1.1})$	M-them. O
2.4.3.	(1.1 2.1 3.3)	×	$(3.3\ \underline{1.2\ 1.1})$	M-them. I
2.4.4.	(1.1 2.2 3.2)	×	$(\underline{2.3\ 2.2}\ 1.1)$	O-them. M
2.4.5.	(1.1 2.2 3.3)	×	$(\underline{3.3}\ \underline{2.2}\ \underline{1.1})$	triad. Real.
2.4.6.	(1.1 2.3 3.3)	×	$(\underline{3.3\ 3.2}\ 1.1)$	I-them. M
2.4.7.	(1.2 2.2 3.2)	×	$(2.3\ \underline{2.2\ 2.1})$	O-them. O
2.4.8.	(1.2 2.2 3.3)	×	$(3.3\ \underline{2.2\ 2.1})$	O-them. I
2.4.9.	(1.2 2.3 3.3)	×	$(\underline{3.3\ 3.2}\ 2.1)$	I-them. O
2.4.10.	(1.3 2.3 3.3)	×	$(3.3\ \underline{3.2\ 3.1})$	I-them. I

2.5. OR5 = (((I → O), (M)), (O → M))
Zkl5 = (3.a 1.c 2.b) × (b.2 c.1 a.3) = Rth5

2.5.1.	(3.1 1.1 2.1)	×	$(1.2\ \underline{1.1\ 1.3})$	M-them. M
2.5.2.	(3.1 1.1 2.2)	×	$(2.2\ \underline{1.1\ 1.3})$	M-them. O
2.5.3.	(3.1 1.1 2.3)	×	$(3.2\ \underline{1.1\ 1.}3)$	M-them. I
2.5.4.	(3.1 1.2 2.2)	×	$(\underline{2.2\ 2.1}\ 1.3)$	O-them. M
2.5.5.	(3.1 1.2 2.3)	×	$(\underline{3.2}\ \underline{2.1}\ \underline{1.3})$	triad. Real.
2.5.6.	(3.1 1.3 2.3)	×	$(\underline{3.2\ 3.1}\ 1.3)$	I-them. M
2.5.7.	(3.2 1.2 2.2)	×	$(2.2\ \underline{2.1\ 2.3})$	O-them. O
2.5.8.	(3.2 1.2 2.3)	×	$(3.2\ \underline{2.1\ 2.3})$	O-them. I
2.5.9.	(3.2 1.3 2.3)	×	$(\underline{3.2\ 3.1}\ 2.3)$	I-them. O
2.5.10.	(3.3 1.3 2.3)	×	$(3.2\ \underline{3.1\ 3.3})$	I-them. I

2.6. OR6 = (((M), (I → O)), (O → M))
Zkl6 = (1.c 3.a 2.b)

2.6.1.	(1.1 3.1 2.1)	×	$(1.2\ \underline{1.3\ 1.1})$	M-them. M
2.6.2.	(1.1 3.1 2.2)	×	$(2.2\ \underline{1.3\ 1.1})$	M-them. O
2.6.3.	(1.1 3.1 2.3)	×	$(3.2\ \underline{1.3\ 1.1})$	M-them. I
2.6.4.	(1.1 3.2 2.2)	×	$(\underline{2.2\ 2.3}\ 1.1)$	O-them. M
2.6.5.	(1.1 3.2 2.3)	×	$(\underline{3.2}\ \underline{2.3}\ \underline{1.1})$	triad. Real.
2.6.6.	(1.1 3.3 2.3)	×	$(\underline{3.2\ 3.3}\ 1.1)$	I-them. M

2.6.7.	(1.2 3.2 2.2)	×	(2.2 $\underline{2.3\ 2.1}$)	O-them. O
2.6.8.	(1.2 3.2 2.3)	×	(3.2 $\underline{2.3\ 2.1}$)	O-them. I
2.6.9.	(1.2 3.3 2.3)	×	($\underline{3.2\ 3.3}$ 2.1)	I-them. O
2.6.10.	(1.3 3.3 2.3)	×	(3.2 $\underline{3.3\ 3.1}$)	I-them. I

Man bemerkt, dass man erst jetzt alle theoretischen Möglichkeiten der Definition einer triadischen Relation als „Verschachtelung“ über einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation ausgenutzt hat. Am besten sieht man dies eben an den strukturellen Realitäten. Findet sich z.B. im Peirceschen Zehnersystem (2.1.) unter dem M-them. O einzig

(2.1 $\underline{1.2\ 1.3}$) (2.1.2)

so haben wir jetzt dank der übrigen 5 Systeme zusaätzlich

(2.1 $\underline{1.3\ 1.2}$) (2.2.2.)

(2.3 $\underline{1.1\ 1.2}$) (2.3.2.)
(2.3 $\underline{1.2\ 1.1}$) (2.4.2.)

(2.2 $\underline{1.1\ 1.3}$) (2.5.2.)
(2.2 $\underline{1.3\ 1.1}$) (2.6.2.),

d.h. die in Zkl1 fehlenden Thematisate des vollständigen Objektbezuges. Bemerkenswerterweise geht diese Vervollständigung der thematisierten Subzeichen einher mit einer Vervollständigung der trichotomischen Stellenwerte der thematisierenden Subzeichen, denn wir haben ja

$(2.\underline{1}) \leftarrow (1.\underline{2}\ 1.\underline{3})/(1.\underline{3}\ 1.\underline{2})$
$(2.\underline{2}) \leftarrow (1.\underline{1}\ 1.\underline{3})/(1.\underline{3}\ 1.\underline{1})$
$(2.\underline{3}) \leftarrow (1.\underline{1}\ 1.\underline{2})/(1.\underline{2}\ 1.\underline{1})$.

3. Jedem Leser jedoch, der mein Kapitel (Toth 2008, S. 214 ff.) studiert hat, wird bemerken, dass selbst hiermit noch nicht alle möglichen struktruellen Realitäten ausgeschöpft sind. Es fehlen nämlich

von den Strukturen (2.1 $\underline{1.2\ 1.3}$) und (2.1 $\underline{1.3\ 1.2}$):

($\underline{1.2}$ 2.1 $\underline{1.3}$), ($\underline{1.3}$ 2.1 $\underline{1.2}$).

von den Strukturen (2.3 1.1 1.2) und (2.3 1.2 1.1):

(1.1 2.3 1.2), (1.2 2.3 1.1)

von der Stukturen (2.2 1.1 1.3) und (2.2 1.3 1.1):

(1.1 2.2 1.3), (1.3 2.2 1.1),

d.h. es fehlen die von mir so genannten „Sandwich-Thematisationen“ (Toth 2008, S. 216). Diese entstehen, wenn die Inklusionsordnung der obigen 6 Ordnungsschemata aufgehoben werden. Wir waren ja bis jetzt immer davon ausgegangen, dass der trichotomische Werte des (n+1)-ten Subzeichens von links mindestens denselben Wert haben muss wie das n-te, d.h. für

OR1: (3.a 2.b 1.c) mit $a \leq b \leq c$,

d.h. unsere OR1-6 sind gekennzeichnet durch die Inklusionsschemata

1. $(a \leq b \leq c)$
2. $(b \leq a \leq c)$
3. $(b \leq c \leq a)$
4. $(c \leq b \leq a)$
5. $(a \leq c \leq b)$
6. $(c \leq a \leq b)$

Hebt man diese Restriktionen jedoch auf, erhält man zu jeder Thematisation zwei dem Sandwich

(1.1 2.2 1.3), (1.3 2.2 1.1),

entsprechende zusätzliche Themaitsationen, nämlich mit Rechts- und Links-Vertauschung der „gesperrten“ thematisierenden Subzeichen.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Permutationen und relationale Klammerung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics (erscheint, 2009)

29.10.2009